



دانشگاه صنعتی شاهرود

حال اگر $p(x) = 0$ و معادله همگن باشد
از فرمول آبل استفاده کنیم

$$y_2 = v y_1 \quad \int -p(x) dx$$

$$v = \int \frac{1}{y_1^2} x e^{dx} dx$$

(مثال) $x y'' - y' + 4x^2 y = 0$ $y = \sin(x^2)$

$$\downarrow y'' - \frac{1}{x} y' + 4x^2 y = 0$$

$$y_2 = v y_1 \quad \int -p(x) dx$$

$$v = \int \frac{1}{y_1^2} x e^{dx} dx = \int \frac{1}{\sin^2(x^2)} x e^{\int \frac{1}{x} dx} dx$$

$$= \int \frac{x}{\sin^2 x^2} dx$$

$$u = x^2$$

$$du = 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{2x}{\sin^2 x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \cot x^2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2} \cot x^2 \times \sin(x^2) = \boxed{-\frac{1}{2} \cos x^2}$$